2. naloga

Iskanje ničel funkcij

20. 2. 2008

Bisekcija
je metoda za iskanje ničel zveznih funkcij (f(x)=0). Bisekcijo lahko uporabimo, če ima zvezna funkcija f v krajiščih intervala [a, b] različen predznak, saj mora imeti v tem primeru na tem intervalu vsaj eno ničlo. Postopek je naslednji

- izračunamo razpolovišče intervala c = (a+b) / 2
- izračunamo vrednost funcije v tej točki f(c)
- če sta vrednosti f(a) in f(c) različnega predznaka potem postopek nadaljujemo na intervalu [a, c], drugače na intervalu [c, b].

Metoda je uporabna za iskanje ničel lihe stopnje, pri ničlah sode stopnje pa ne deluje. Metoda ima dobro stran, ker vedno najde korene v primeru lihih ničel, ima pa počasno konvergenco. Število korakov n, potrebnih za natančnost ničle ε, je $n = \log_2 \frac{|a-b|}{\varepsilon}$. Če je na intervalu več ničel, bo bisekcija našla eno izmed njih.

1. naloga
Na intervalu [-10,5] najdi vsaj eno ničlo naslednjega polinoma z bisekcijo
$p(x) = 7.853 - 99.889\text{x} + 68.699\text{x}^2 - 12\,\text{x}^3$

2. naloga
Poiščite vsa presečišča krivulj $f(x) = tg(x)$ in $g(x) = x^2 - 1$ na intervalu [0,6π]. Vrednosti naj imajo natančnost 10^{-6}.

Tangenta metoda oziroma Newtonova metoda
Ta metoda ima kvadratično konvergenco. Deluje tako, da v trenutnem približku za ničlo x_i postavimo tangento na krivujo in nov približek za ničlo je presečišče tangente z x osjo. Tangenta je $y = \dot{f}(x_i)(x - x_i) + f(x_i)$, presečišče z osjo x ima pri $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{\dot{f}(x_i)}$, ki je nov boljši približek za ničlo funkcije f(x) kot x_i. Če je začetni približek za ničlo kompleksno število, potem metoda poišče tudi kompleksne ničle.

3. naloga
S tangentno metodo poišči eno realno in eno kompleksno ničlo polinoma
$p(x) = x^4 + 2x^3 + 1.5x^2 + 3x - 4.5$