

### 3. naloga

## Numerično integriranje

27. 2. 2008

Zelo pogost problem pri numerični matematiki je izračunati vrednost določenega integrala

$$I = \int_a^b f(x) dx,$$

kjer funkcijo  $f(x)$  poznamo bodisi analitično z nepoznanim nedoločenim integralom bodisi je podana numerično.

*Trapezna metoda*

Funkcijo tu ekstrapoliramo kot premico skozi dve točki. Če je funkcija  $f(x)$  podana pri vrednostih  $x_i = a + ih$ , kjer je korak definiran z  $h = (b-a)/N$  in  $N$  število delov, na katerega razdelimo interval  $[a, b]$ , lahko integral po trapezni formuli zapišemo kot

$$I = \frac{h}{2} (y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{N-1} + y_N) + O(h^3).$$

$O(h^3)$  je napaka izračunanega integrala.

*Simpsonova metoda*

Je podobna metoda kot trapezna, le da tu funkcijo aproximiramo s parabolo na treh zaporednih točkah. Moramo imeti sodo število intervalov, na katerega razdelimo večji interval, da lahko uporabimo naslednjo formulo za izračun integrala ( $N=2m$ )

$$I = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m}) + O(h^5).$$

*1. naloga*

S trapezni in Simpsonovo metodo izračunaj naslednji integral numerično za število delilnih točk  $N=2, 10, 100, 5000$

$$\int_0^1 (e^{-x} + x - 1) dx.$$

Analitičen rezultat za ta integral je  $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ . Primerjaj natančnost metod pri različnih številih delilnih točk.

*2. naloga*

Za podatke  $\Delta c_p$  kot funkcija temperature (datoteka dsc.dat) izračunaj spremembo entalpije procesa. Velja

$$\Delta H = \Delta H_0 + \int_{T_0}^T \Delta c_p dT.$$