7. naloga

Numerično odvajanje, Diferencialne enačbe

2. 4. 2008

Imejmo funkcijo podano v obliki tabele kot $f(x)=y(x_i)=y_i$. Radi bi določili odvod funkcije pri danem x. Najbolj naravna pot je iz definicije odvoda

$$\dot{f}_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} + O(h) .$$

Natančnejše formule lahko dobimo z uporabo več točk pri računanju odvoda, tako imamo lahko

$$\dot{f}_{i-1} = \frac{(-3f_{i-1} + 4f_i - f_{i+1})}{2h} + O(h^2)$$

$$\dot{f}_i = \frac{(-f_{i-1} + f_{i+1})}{2h} + O(h^2) \qquad .$$

$$\dot{f}_{i+1} = \frac{(3f_{i-1} - 4f_i + f_{i+1})}{2h} + O(h^2)$$

Za izračun drugega odvoda pa lahko uporabimo naslednjo formulo

$$\ddot{f}_i = \frac{(f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1})}{h^2} + O(h^2) .$$

1. naloga

Za podatke pH kot funkcija dodane baze (datoteka fhma.txt) določite ekvivalentno točko titracije s pomočjo izračuna odvodov.

Imejmo diferencialno enačbo tipa $\dot{y} = f(x, y)$. Najpreprostejšo rešitev dobimo z uporabo formule za odvod. Tej metodi je ime Eulerjeva in ima naslednjo obliko

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + O(h^2) .$$

Bolj natančne metode dobimo z boljšo aproksimacijo za odvod. Ena izmed najpopularnejših metod je Runge-Kutta 4-tega reda. Ima naslednjo obliko

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + \tfrac{h}{2}, y_i + \tfrac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hf(x_i + \tfrac{h}{2}, y_i + \tfrac{k_2}{2})$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

$$y_{i+1} = \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6} + O(h^5)$$

2. naloga

Izračunaj hitrostni profil padanja železne kroglice v vodi.